IEMS Regelungstechnik – Abschlussklausur

Prof. Dr. Moritz Diehl, IMTEK, Universität Freiburg, und ESAT-STADIUS, KU Leuven

30. August, 10:15-13:15, Freiburg, Georges-Koehler-Allee 106, Raum 00-007

page	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
points on page (max)	0	7	9	9	9	5	6	7	6	0
points obtained										
intermediate sum										

Note: Klausur eingesehen am: Unterschrift des Prüfers:

Nachname: Vorname: Matrikelnummer:

Fach: Studiengang:

Unterschrift:

Füllen Sie bitte Ihren Namen und die anderen Angaben oben ein. Auf dieser und den folgenden 8 Seiten finden Sie 36 Fragen mit zusammen 58 Punkten. Geben Sie die Antworten direkt unter den Fragen an oder nutzen Sie bei Bedarf nach Möglichkeit die Rückseite **desselben Blattes** (oder, falls diese bereits voll ist, die leere Seite am Ende) für Ergebnisse die in die Korrektur einfliessen sollen; verweisen Sie zudem direkt bei der Frage im Hauptteil auf die entsprechende Seite. Sie können zudem weiteres weißes Papier für Zwischenrechnungen verwenden, aber bitte geben Sie dieses Extrapapier nicht ab. Als Hilfsmittel ist neben Schreibmaterial und einem Taschenrechner auch ein doppelseitiges Blatt mit Formelsammlung und Notizen erlaubt; einige juristische Hinweise finden sich in einer Fußnote.[1] Machen Sie bei den Multiple-Choice Fragen jeweils genau ein Kreuz bei der richtigen Antwort. Eine falsche Antwort gibt $-\frac{1}{3}$ bzw. -1 Punkt, es lohnt sich also nicht, zu raten. Beantworten Sie zunächst die Ihnen einfach fallenden Fragen. Wenn Sie pro Punkt zwei Minuten Zeit rechnen, sind Sie nach ca. 2 Stunden fertig. Viel Erfolg!

[1] PRÜFUNGSUNFÄHIGKEIT: Durch den Antritt dieser Prüfung erklaren Sie sich für prüfungsfähig. Sollten Sie sich während der Prüfung nicht prüfungsfähig fühlen, können Sie aus gesundheitlichen Gründen auch während der Prüfung von dieser zurücktreten. Gemäß den Prüfungsordnungen sind Sie verpflichtet, die für den Rücktritt oder das Versäumnis geltend gemachten Gründe unverzüglich (innerhalb von 3 Tagen) dem Prüfungsamt durch ein Attest mit der Angabe der Symptome schriftlich anzuzeigen und glaubhaft zu machen. Weitere Informationen: https://www.tf.uni-freiburg.de/studium/pruefungen/pruefungsunfaehigkeit.html.
TÄUSCHUNG/STÖRUNG: Sofern Sie versuchen, während der Prüfung das Ergebnis ihrer Prüfungsleistung durch Täuschung (Abschreiben von Kommilitonen ...) oder Benutzung nicht zugelassener Hilfsmittel (Skript, Buch, Mobiltelefon, ...) zu beeinflussen, wird die betreffende Prüfungsleistung mit “nicht ausreichend” (5,0) und dem Vermerk “Täuschung” bewertet. Als Versuch gilt bei schriftlichen Prüfungen und Studienleistungen bereits der Besitz nicht zugelassener Hilfsmittel während und nach der Ausgabe der Prüfungsaufgaben. Sollten Sie den ordnungsgemäßen Ablauf der Prüfung stören, werden Sie vom Prüfer/Aufsichtsführenden von der Fortsetzung der Prüfung ausgeschlossen. Die Prüfung wird mit “nicht ausreichend” (5,0) mit dem Vermerk “Störung” bewertet.

1. Ein LTI-System wird durch die Zustandsgleichung $\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx$ beschrieben,
mit $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, und $C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

   (a) Was ist das charakteristische Polynom $p_A(\lambda)$?

   $p_A(\lambda) =$

   | 1 | |

   (b) Ist das System stabil?

(a) ☐ Ja	(b) ☐ Nein

   | 1 | |

   (c) (*) Ist das System "steuerbar"? Begründen Sie.

   | 1 | |

   (d) (*) Ist das System "beobachtbar"? Begründen Sie.

   | 1 | |

2. Ein LTI-System hat die Sprungantwort $h(t) = 2\cos(t)$ für $t \geq 0$ (und $h(t) = 0$ für $t < 0$). Was ist seine Impulsantwort $g(t)$ für $t \geq 0$?

(a) ☐ $-2\sin(t)$	(b) ☐ $\sin(t)$	(c) ☐ $2\delta(t) - 2\sin(t)$	(d) ☐ $\delta(t) + 2\sin(t)$

| 1 | |

3. Ein LTI-System hat die Impulsantwort $g(t) = (100 + t)^{-1}$ für $t \geq 0$. Ist das System BIBO-stabil?

(a) ☐ Ja	(b) ☐ Nein

| 1 | |

4. Ein System in Eingangs-Ausgangsform ist durch die Darstellung $y(t) = \int_0^\infty (u(t-\tau))^2 \mathrm{d}\tau$ beschrieben. Ist das System *linear* und/oder *zeitinvariant* ?

(a) ☐ nur linear	(b) ☐ nur zeitinvariant
(c) ☐ linear und zeitinvariant	(d) ☐ keines von beiden

| 1 | |

| points on page: 7 | |

5. Ein System in Eingangs-Ausgangsform ist durch die Darstellung $y(t) = \exp(t) \cdot \int_0^\infty \sin(u(t-\tau))\mathrm{d}\tau$ beschrieben. Ist das System *linear* und/oder *zeitinvariant* ?

(a) ☐ nur linear	(b) ☐ nur zeitinvariant
(c) ☐ linear und zeitinvariant	(d) ☐ keines von beiden

1	

6. Ein System ist durch die gewöhnliche Differentialgleichung $\ddot{y}(t) = \sin(t) \cdot \frac{u(t)}{y(t)}$ beschrieben. Ist das System *linear* und/oder *zeitinvariant* ?

(a) ☐ nur linear	(b) ☐ nur zeitinvariant
(c) ☐ linear und zeitinvariant	(d) ☐ keines von beiden

1	

7. Welche Transferfunktion $G(s)$ hat das LTI-System $\dot{x}_1(t) = -x_1(t) + 2u(t)$, $\dot{x}_2(t) = -x_2(t) + 2x_1(t)$, $y(t) = x_2(t) + \frac{1}{2}u(t)$?

(a) ☐ $\frac{s^2+2s+7}{2s^2+4s+2}$	(b) ☐ $\frac{s^2+3s+2}{s^2+s}$	(c) ☐ $\frac{s^2+2s+2}{2s^2+s}$	(d) ☐ $\frac{s^2+2s+9}{2s^2+4s+2}$

1	

8. Welches System wird durch die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{3s+2}{2s^2+s+1}$ beschrieben ?

(a) ☐ $3\dot{y} + 2y = 2\ddot{u} + \dot{u} + u$	(b) ☐ $2\ddot{y} + \dot{y} + y = 3\dot{u} + 2u$	(c) ☐ $2\dot{y} + y + 1 = 3u + 2$	(d) ☐ $3\ddot{y} + 2 = 2\ddot{u}$

1	

9. Hintereinanderschaltung von $G_1(s) = \frac{6}{s+2}$ und $G_2(s) = \frac{2}{s^2+1}$ resultiert in dem System $G(s) = \ldots$

(a) ☐ $\frac{12}{s^3+2s^2+s+2}$	(b) ☐ $\frac{5s^2+s+7}{s^3+2s^2+s+2}$	(c) ☐ $\frac{12}{s^2+s+3}$	(d) ☐ $\frac{s+2}{5s^2+5}$

1	

10. Ist die folgende Aussage richtig oder falsch? “Eine Totzeit ändert den Bode-Phasenplot eines stabilen LTI SISO Systems nicht.”.

(a) ☐ Richtig	(b) ☐ Falsch

1	

11. Ist die folgende Aussage richtig oder falsch? “Das Eingangs-Ausgangsverhalten eines LTI-SISO-Systems ist durch sein Bode-Diagramm eindeutig bestimmt”.

(a) ☐ Richtig	(b) ☐ Falsch

1	

12. Ist die folgende Aussage richtig oder falsch? “Wenn ein System beobachtbar ist, kann der gesamte Zustand durch Messungen des Zeitverlaufes des Ausgangs und des Eingangs geschätzt werden”.

(a) ☐ Richtig	(b) ☐ Falsch

1	

13. Ist die folgende Aussage richtig oder falsch? “Ein System, das sowohl beobachtbar als auch steuerbar ist, kann durch einen Regler stabilisiert werden”.

(a) ☐ Richtig	(b) ☐ Falsch

1	

points on page: 9	

14. Sie haben in MATLAB ein System mit dem Kommando "sys=tf([1 1],[1 2])" definiert. Welcher der folgenden Ausdrücke ist KEIN gültiger Folgebefehl ?

(a) ☐ bode(sys)	(b) ☐ nyquist(sys)	(c) ☐ sin(sys)	(d) ☐ step(sys)

| 1 | |

15. Der Bode-Phasenplot eines Differentiationsgliedes ist konstant und hat den folgenden Wert:

(a) ☐ 90 Grad	(b) ☐ 0 Grad	(c) ☐ -90 Grad	(d) ☐ -180 Grad

| 1 | |

16. Der Bode-Phasenplot eines PT1-Gliedes $G(s) = \frac{1}{1+Ts}$ ist für hohe Frequenzen konstant und hat den folgenden Wert:

(a) ☐ 90 Grad	(b) ☐ 0 Grad	(c) ☐ -90 Grad	(d) ☐ -180 Grad

| 1 | |

17. Der Bode-Amplitudenplot eines PT1-Gliedes $G(s) = \frac{1}{1+Ts}$ hat für hohe Frequenzen folgende Steigung (in dB/Dek):

(a) ☐ 20 dB/Dek	(b) ☐ 0 dB/Dek	(c) ☐ -20 dB/Dek	(d) ☐ -40 dB/Dek

| 1 | |

18. Der Bode-Amplitudenplot eines PT2-Gliedes $G(s) = \frac{10}{1+Ts+T^2s^2}$ ist für niedrige Frequenzen konstant und hat den folgenden Wert:

(a) ☐ 20 dB	(b) ☐ -20 dB	(c) ☐ -40 dB	(d) ☐ 0 dB

| 1 | |

19. Betrachten Sie die offene Kette $G_0(s) = \frac{s+9}{s^2+100s+1}$ und den daraus resultierenden geschlossenen Kreis (mit negativem Einheitsfeedback). Was ist der Steady-State Fehler des geschlossenen Kreises?

(a) ☐ 5%	(b) ☐ 6%	(c) ☐ 10%	(d) ☐ 19%

| 1 | |

20. Betrachten Sie die folgende nichtlineare Differentialgleichung, die in etwa die Geschwindigkeit $y(t)$ eines Autos mit Luftwiderstand und regelbarer Stellung des Gaspedals $u(t)$ beschreibt: $\boxed{\dot{y}(t) = bu(t) - y(t)^2 c}$.

(a) Berechnen Sie den Gleichgewichtszustand y_{ss}, der sich bei konstanter Gaspedalstellung $u(t) \equiv u_{\text{ss}}$ einstellt.

$y_{\text{ss}} =$

| 1 | |

(b) Linearisieren Sie das System im Punkt $(u_{\text{ss}}, y_{\text{ss}})$, um eine lineare Differentialgleichung in den Variablen $\Delta y(t) = y(t) - y_{\text{ss}}$ und $\Delta u(t) = u(t) - u_{\text{ss}}$ zu erhalten.

$\Delta \dot{y}(t) =$

| 1 | |

(c) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des linearisierten Systems.

$G(s) =$

| 1 | |

| points on page: 9 | |

Bild 1: Ein Bode-Diagramm:

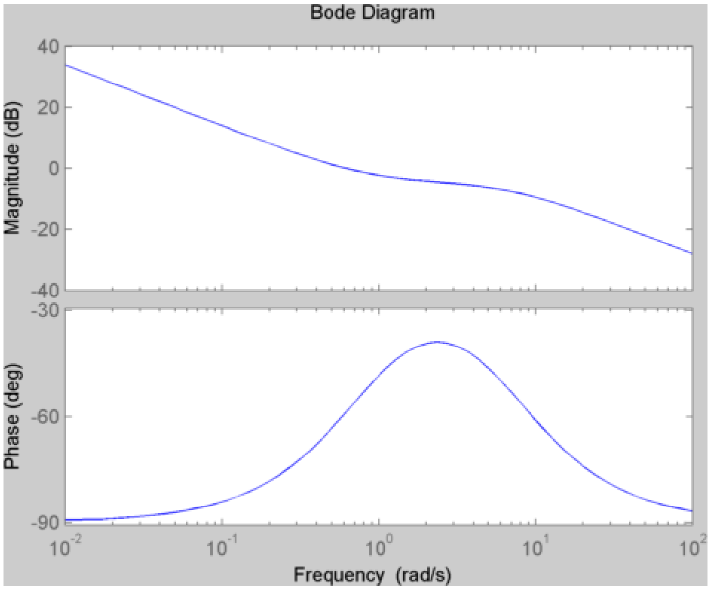
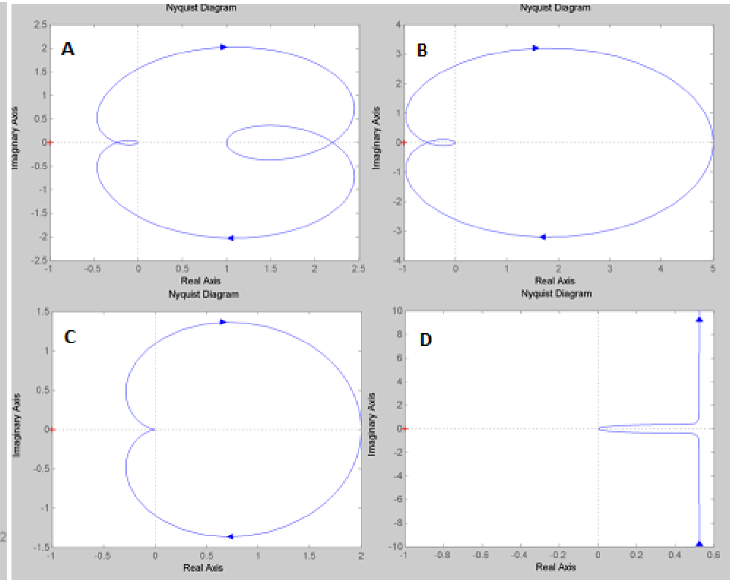


Bild 2: Und vier Nyquist-Diagramme:



21. Welches der Nyquist-Diagramme in Bild 2 entspricht dem Bode-Diagramm aus Bild 1?

(a) ☐ A	(b) ☐ B	(c) ☐ C	(d) ☐ D

1

22. Was ist der relative Grad (Polüberschuss) des Systems mit dem Bode-Diagramm aus Bild 1?

(a) ☐ 0	(b) ☐ 1	(c) ☐ 2	(d) ☐ 3

1

23. Wieviele reine Integrationsglieder enthält das System mit dem Bode-Diagramm aus Bild 1?

(a) ☐ 0	(b) ☐ 1	(c) ☐ 2	(d) ☐ 3

1

24. Welcher Übertragungsfunktion $G(s)$ entspricht das System mit dem Bode-Diagramm aus Bild 1 (in etwa)?

(a) ☐ $\frac{0.6s+0.5}{0.15s^2+s}$	(b) ☐ $\frac{0.5s+0.5}{s^3+0.1s^2}$	(c) ☐ $\frac{0.5s+0.5}{2s+1}$	(d) ☐ $\frac{0.1s^2+0.6s+0.5}{s^2+2}$

1

25. Was ist die statische Verstärkung (DC-Gain) des Systems mit dem Bode-Diagramm aus Bild 1?

(a) ☐ 1	(b) ☐ 40	(c) ☐ 100	(d) ☐ ∞

1

26. Wo liegt in etwa die Schnittfrequenz des Systems mit dem Bode-Diagramm aus Bild 1?

(a) ☐ 0.1 rad/sec	(b) ☐ 1 rad/sec	(c) ☐ 10 rad/sec	(d) ☐ 100 rad/sec

1

27. Erfüllt das System mit dem Bode-Diagramm aus Bild 1 das Nyquist-Stabilitätskriterium?

(a) ☐ Ja	(b) ☐ Nein

1

28. Welche Amplitudenreserve hat das System aus Bild 1 (in etwa)?

(a) ☐ keine	(b) ☐ 2	(c) ☐ 100	(d) ☐ ∞

1

29. Welche Phasenreserve hat das System (in etwa)?

(a) ☐ keine	(b) ☐ 35 Grad	(c) ☐ 120 Grad	(d) ☐ 90 Grad

1

points on page: 9

Bild 3: Ein Nyquist-Diagramm:

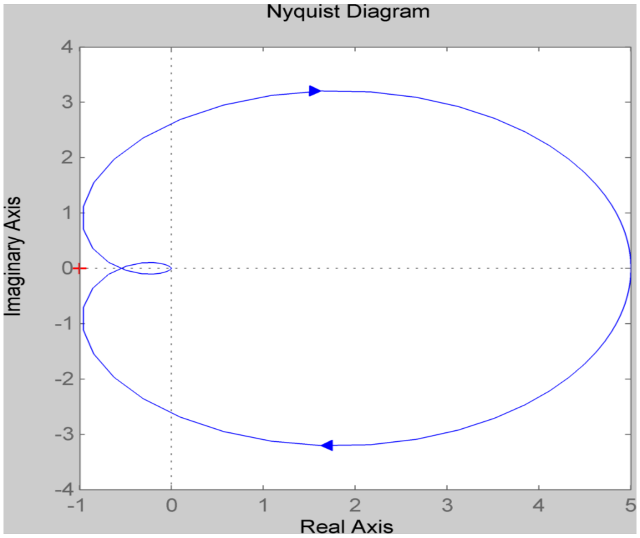
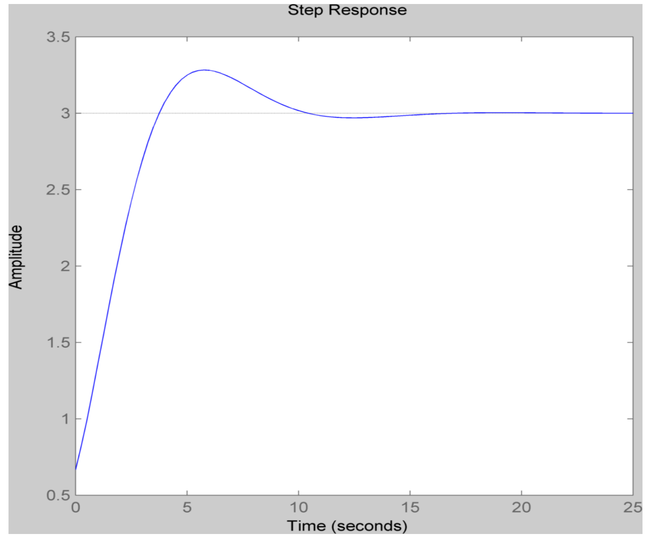


Bild 4: Eine Sprungantwort:



Betrachten Sie das System mit dem Nyquist-Diagramm aus Bild 3, und entscheiden Sie, ob es das Nyquist Stabilitätskriterium erfüllt und wenn ja, mit welcher Amplituden- und Phasenreserve.

30. Welche Amplitudenreserve hat das System aus Bild 3 (in etwa)?

(a) ☐ keine	(b) ☐ 0.5	(c) ☐ 1.1	(d) ☐ 1.8

1	

31. Welche Phasenreserve hat das System aus Bild 3 (in etwa)?

(a) ☐ keine	(b) ☐ 2 Grad	(c) ☐ 30 Grad	(d) ☐ 90 Grad

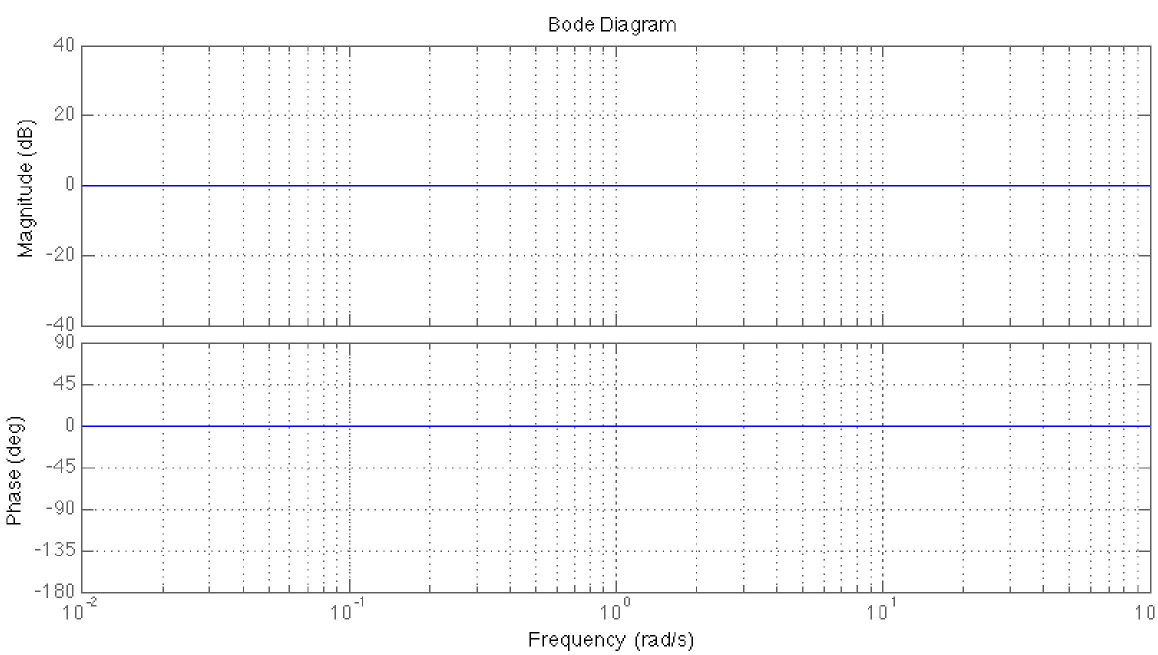
1	

32. Betrachten Sie das System mit der Sprungantwort aus Bild 4. Welcher Übertragungsfunktion $G(s)$ entspricht es in etwa?

(a) ☐ $\frac{2s^2+3s+3}{5s^2+1}$	(b) ☐ $\frac{s+2}{5s^2+1}$	(c) ☐ $\frac{s^2+s+2}{3s^2+2s+2}$	(d) ☐ $\frac{2s^2+3s+3}{3s^2+2s+1}$

1	

33. Skizzieren Sie das Bode-Diagramm des folgenden Systems: $\boxed{G(s) = 1000\frac{s+0.1}{(s+1)(s+10)}}$



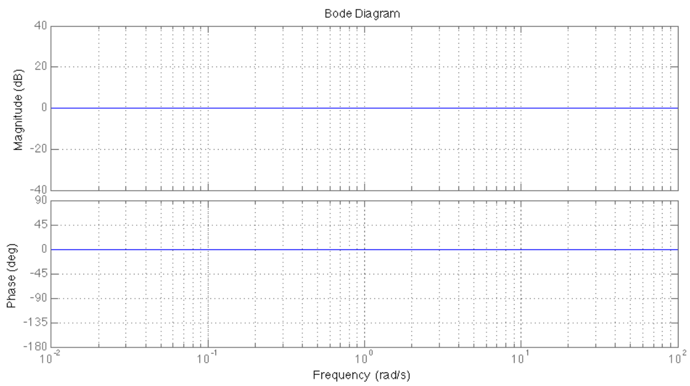
2	

points on page: 5	

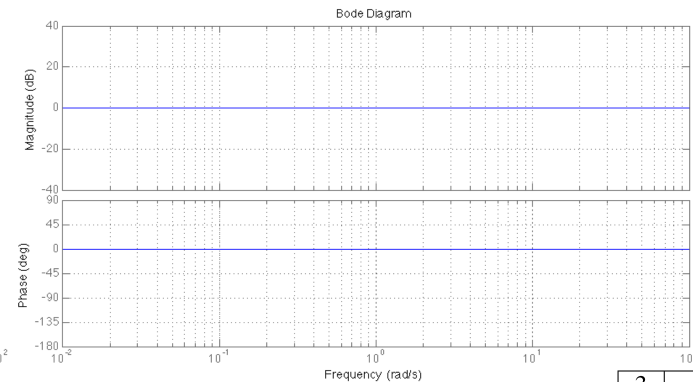
34. PI-Reglerentwurf im Frequenzraum: Betrachten Sie das System $G(s) = \frac{1100}{(1+10s)(10+s)(11+s)}$. Sie möchten das Systemverhalten durch Einsatz eines PI-Reglers verbessern, so dass Sie keine bleibende Regelabweichung und eine möglichst hohe Bandbreite ω_{B} haben. Machen Sie für den PI-Regler den Ansatz $K(s) = k_{\mathrm{P}} \left(1 + \frac{1}{Ts}\right)$, und betrachten Sie den Standardregelkreis mit negativem Einheitsfeedback.

Skizzieren Sie zunächst die Bode-Diagramme von $G(s)$ und von $K(s)$ und geben Sie bei letzterem an, wie es von T und k_{P} abhängt.

Bode-Diagramm von $G(s)$:



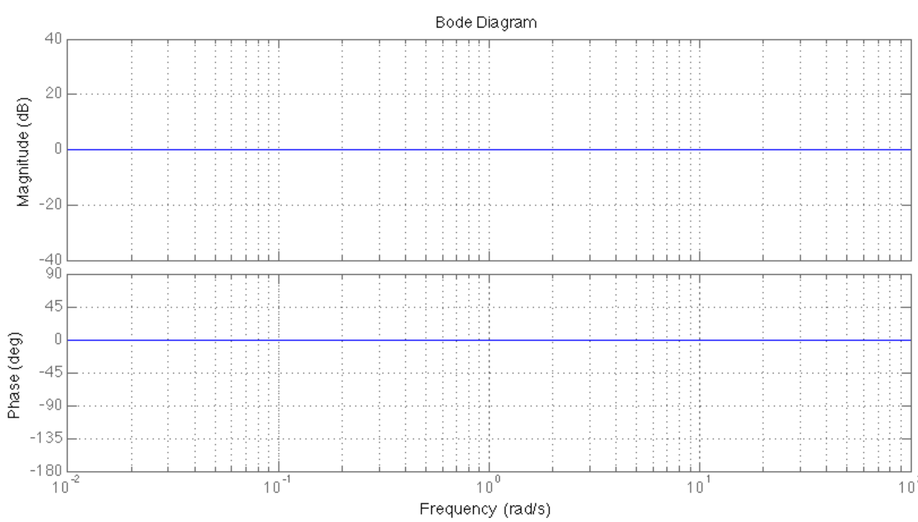
Bode-Diagramm von $K(s)$:



3	

Überlegen Sie sich sodann in Worten, wie Sie k_{P} und T in etwa wählen würden, und begründen Sie Ihre Wahl. Geben Sie an, welche maximale Bandbreite ω_{B} Sie in etwa mit einem PI-Regler bei diesem System erreichen können. Skizzieren Sie zudem das Bode-Diagramm des resultierenden idealen offenen Kreises, und skizzieren Sie, wie es mit den Bode-Diagrammen von $G(s)$ und $K(s)$ zusammenhängt.

Bode-Diagramm des idealen offenen Kreises:



3	

points on page: 6	

35. Betrachten Sie ein einfaches mechanisches System wie z.B. die Geschwindigkeit eines Rotors, das durch die Gleichung $\ddot{y}(t) = -k\dot{y}(t)+u(t)$ beschrieben wird. Wenn man den Zeitverlauf von $u(t)$ und $y(t)$ messen kann, dann sollte man auch die Geschwindigkeit $\dot{y}(t)$ schätzen können. Bringen Sie das System in Zustandsform $\dot{x} = Ax + Bu,\ y = Cx$ mit Zustandsvektor $x = (y, \dot{y})^\top$, und geben Sie die allgemeine Formel für einen einen (Luenberger-)Beobachter an, der den unbekannten Zustand $x(t)$ durch $\hat{x}(t)$ schätzt. Wählen Sie zwei geignete Zahlen in der Matrix $L = (L_1, L_2)^\top$ und zeigen Sie Stabilität des Beobachters.

$A =$	1	
$B =$	1	
$C =$	1	

$\dot{\hat{x}} =$	1	
$L =$	1	

Begründung der Wahl von L_1 und L_2 und Beweis der Stabilität des Beobachters:

1+1	

points on page: 7	

36. Die sogenannte Lotka-Volterra-Gleichung beschreibt die Beziehung zwischen Räuber- und Beutetieren in einem Ökosystem. Dabei ist $R(t)$ die Anzahl der Räuber- und $B(t)$ die Anzahl der Beutetiere. Der Mensch greift durch Jagd auf die Räubertiere ein, mit Jagdrate $u(t)$. Stellen Sie ein System aus Differentialgleichungen $\dot{x} = f(x, u)$ auf für $x = [R(t), B(t)]^\top$. Gehen Sie dabei von folgenden Annahmen aus:

- ohne Räuber leben die Beutetiere ewig.
- die Beutetiere haben eine Geburtenrate von ϵ_1 (d.h. pro Beutetier und Zeiteinheit werden ϵ_1 Beutetiere geboren)
- pro Räuber und Beutetier werden pro Zeiteinheit γ_1 Beutetiere gefressen
- ohne Futter und ohne menschlichen Eingriff haben die Räuber eine Sterberate von ϵ_2
- der Mensch erlegt Räubertiere mit einer absoluten Rate pro Zeiteinheit von $u(t)$
- pro Räuber und Beutetier werden pro Zeiteinheit γ_2 neue Räuber geboren

Alle Konstanten sind gößer als Null.

Raum für Zwischenrechnungen:

$\dot{R}(t) =$	2	
$\dot{B}(t) =$	2	

Berechnen Sie nun, bei welchen von Null verschiedenen Populationen R_{ss}, B_{ss} sich das System ohne menschlichen Eingriff (Jagdrate $u(t) \equiv 0$) im Gleichgewichtszustand (engl. "steady-state") befindet.

1	

* Ist das System im Gleichgewichtszustand stabil, oder ist es durch Jagd stabilisierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

1	

points on page: 6	

Leeres Blatt für Zwischenrechnungen